Sławomir Dorosiewicz
Instytut Transportu Samochodowego

WSTĘPNE UWAGI O WYZNACZANIU GRANICY EFEKTYWNOŚCI UKŁADÓW TRANSPORTOWYCH

W artykule zaprezentowano semiparametryczną modyfikację metody obwiedni danych (Data Envelopment Analysis, DEA), służącą pomiarowi efektywności funkcjonowania tych sektorów gospodarki, których produkcja zależy od wielkości produkcji globalnej. Metoda ta, w przypadku jej zastosowania do danych przekrojowych dla gospodarek różnych krajów, może służyć do oszacowania kształtu granicy technologicznej dla wspomnianych sektorów.

PRELIMINARY NOTES ON DETERMINING EFFICIENCY BORDER OF TRANSPORT SYSTEMS

The paper presents a semiparametric modification of the Data Envelopment Analysis for measuring the effectiveness of a sector, whose production depends on the size of its global output. This method applied to cross-sectional data from different economies can be used to estimate the shape of the world technological frontier for considered sector.

1. Uwagi wstępne

W niniejszej pracy proponujemy, bazującą na metodzie obwiedni danych (Data Envelopment Analysis, DEA), semiparametryczną metodę analizy wyników osiąganych przez wybrany sektor gospodarki – na przykład sektor przewozów (pasażerskich lub towarowych). DEA jest jedną z metod analizowania efektywności układów gospodarczych i wskazywania tych, które charakteryzują się najlepszymi charakterystykami w tym względzie (por. np. źródłową pracę [2]).

Pod pojęciem efektywności będziemy rozumieli tzw. efektywność technologiczną, czyli efektywność procesu przekształcania nakładów w produkty finalne procesu wytwarzania[1]. Sama zaś efektywność danej jednostki-układu gospodarczego, jeśli rozumieć ją w sensie Pareto, oznacza, że żadna pozycja zaangażowanych tam nakładów i uzyskanych efektów nie może być poprawiona bez pogorszenia innych pozycji wspomnianych nakładów lub efektów [5].

Metoda DEA posługuje się pojęciem efektywności względnej, szacownej w drodze porównań efektywności badanej jednostki (układu gospodarczego) z efektywnością uzyskiwaną w innych, branych aktualnie pod uwagę, jednostkach. Dokładniej rzecz ujmując, daną jednostkę uważa się za efektywną, jeśli stosując technologie wytwarzania dostępne we wszystkich analizowanych układach gospodarczych nie jest możliwa poprawa uzyskiwanych w tej jednostce efektów [5]. W praktyce stosowana jest zwykle nieparametryczna wersja metody, w której przyjmuje się minimalną liczbę założeń odnośnie funkcji produkcji opisującej relacje nakładów i uzyskiwanych wyników. Metoda DEA w takim zakresie była i jest stosowana w analizach różnych sektorów gospodarki, np. do oceny efektywności organizacji non profit [1], podmiotów sektora energetycznego [7], banków [2, 8], funduszy inwestycyjnych [1, 4, 6, 9].

W niektórych sektorach gospodarki, często także w sektorze transportowym lub jego wydzielonych składowych, często trudno o szczegółową specyfikację wspomnianych efektów, a przede wszystkim nakładów. Jeśli jednak można przyjąć, iż produkcja badanego sektora jest funkcją produkcji całej gospodarki, to możliwa staje się, przeprowadzona „w duchu" metody DEA, analiza wyników tego sektora na tle wyników całej gospodarki[2]. Pokazanie tego stanowi zasadniczy cel kolejnej części pracy. Jej pierwszą część poświęcimy metodzie DEA, drugą – rozważaniom odnoszącym się do analizy pozycji wyróżnionego sektora.

2. Opis procedury

2.1. Metoda DEA

Przedmiotem analizy jest pewna liczba jednostek. Na użytek niniejszej pracy można je uważać za (makro)układy gospodarcze, np. gospodarki poszczególnych krajów lub regionów. Procesy wytwarzania opisane są wielkością ponoszonych nakładów (ilością wykorzystywanych czynników produkcji) i uzyskiwanych wyników (wielkością

[1] W analizach efektywności procesów wytwarzania w skali całych gospodarek zwykle analizowane są średnie produktywności poszczególnych czynników produkcji wyrażone wielkością produkcji do wielkości wykorzystanych czynników (Debreu i Farell). W innych przypadkach – np. analizach mezo- lub mikroekonomicznych zwykle bierze się pod uwagę wielkości stosownie zdefiniowanych efektów i poniesionych nakładów [5].

[2] Wydaje się, że istnieją pewne przesłanki świadczące, iż z dobrą dokładnością produkcja sektora transportu (towarowego) jest funkcją produktu krajowego brutto (por. np. [3]).

produkcji). W okresie do którego odnoszą się rozważania, jednostka i ($i \in I$) jest scharakteryzowana wektorem nakładów x_i oraz wielkością produkcji y_i.

Bez zmniejszenia ogólności, zwłaszcza z makroekonomicznego punktu widzenia, można założyć, iż relację nakładów (x) i wyników (y) w efektywnym układzie gospodarczym opisuje funkcja produkcji $y = F(x)$, natomiast takie relacje w obserwowanych, niekoniecznie efektywnych, układach mają postać $y = \theta F(x)$, gdzie parametr θ ($0 \le \theta \le 1$) stanowi swoistą miarę efektywności: przypadek $\theta = 1$ oznacza pełną efektywność, $\theta = 0$ – całkowity jej brak. Identyfikacja funkcji *F* jest w praktyce co najmniej trudna, jeśli w ogóle możliwa. Wymagałaby bowiem dekompozycji procesów produkcyjnych aż do poziomu mikroskali i szczegółowej analizy poszczególnych etapów procesów wytwarzania, co w przypadku złożonych układach gospodarczych nie jest w zasadzie wykonalne. Szczęśliwie, przyjęcie założenia o stałych efektach skali (tj. λ-krotna zmiana nakładów czynników produkcji prowadzi do λ-krotnej zmiany wielkości produkcji dla $\lambda \ge 0$) pozwala wskazać jednostki efektywne bez odwoływania się do konkretnej postaci funkcji produkcji (jedynym czynionym założeniem jest, iż jest funkcją rosnącą i jednorodną stopnia 1).

Metoda DEA pozwala wskazać te jednostki, które wśród analizowanych są najbardziej efektywne i które tym samym można uznać (w danym okresie) za najbliższe maksymalnej efektywności wytwarzania, czyli granicy technologicznej. Zwykle trudno oczekiwać, iż wyłonione jednostki określają wspomnianą granicę. Najprawdopodobniej nie jest to prawdą – zawsze można bowiem oczekiwać, że w wyniku usprawnień w mikro- czy mezoskali, efektywność wskazanych układów gospodarczych można jeszcze polepszyć.

Analiza efektywności jednostki scharakteryzowanej wielkościami nakładów $\bar{x}$ i wyników $\bar{y}$ opiera się na porównaniu wielkości jej produkcji z potencjalnie możliwą do wyznaczenia przy dostępnych nakładach. Kluczowe znaczenie ma przy tym spostrzeżenie, iż jednorodność funkcji produkcji oraz dopuszczenie swobodnego transferu technologii pomiędzy badanymi jednostkami oznacza, iż nakłady $x = \sum_{i \in I} \lambda_i x_i$ generują produkcję

$$y = \sum_{i \in I} \theta_i F(\lambda_i x_i) = \sum_{i \in I} \lambda_i y_i \,. \tag{1}$$

Tym samym, wyznaczenie tej maksymalnej produkcji wymaga rozwiązania liniowego zadania programowania matematycznego postaci:

$$\sum_{i \in I} \lambda_i y_i \to \max, \tag{2}$$

przy warunkach (pw.):

$$\sum_{i \in I} \lambda_i x_i \le \bar{x}, \tag{3}$$

$$\lambda_i \ge 0, \quad i \in I. \tag{4}$$

Wielkość

$$\theta^*(\bar{x}, \bar{y}) = \bar{y} / y^*(\bar{x}, \bar{y}), \tag{5}$$

której mianownik jest maksymalną wartością funkcji w zadaniu (2-4), definiuje prostą miarę efektywności. W każdym przypadku mamy $0 \le \theta^*(\bar{x}, \bar{y}) \le 1$, przy czym wartość mniejsza od jedności oznacza, iż badany układ nie jest efektywny, jednostkowa wartość odpowiada natomiast układowi, który w największym stopniu można uznać za efektywny. Równoważnym względem (2-4) narzędziem analizy efektywności jest zadanie:

$$\theta \to \max, \tag{6}$$

pw.:

$$\sum_{i \in I} \lambda_i x_i \le \bar{x}, \tag{7}$$

$$\sum_{i \in I} \lambda_i y_i \ge \theta \bar{y}, \tag{8}$$

$$\lambda_i \ge 0, \quad i \in I. \tag{9}$$

Wartość funkcji celu tego zadania pokrywa się z (5).

Rozwiązanie szeregu powyższych zadań definiuje granicę technologiczną, czyli zbiór nakładów i potencjalnie najlepszych wyników, które mogą zostać osiągnięte:

$$\left\{\left(x, y / \theta^*(x, y)\right) : (x, y) \in S \times R\right\}, \tag{10}$$

gdzie

$$S = \left\{\left(\sum_{i \in I} \lambda_i x_i, \sum_{i \in I} \lambda_i y_i\right) : \ \lambda_i \ge 0, i \in I\right\}. \tag{11}$$

Ta część procedury stanowi klasyczną kwintesencję metody DEA i ma charakter nieparametryczny. Założenie o stałych korzyściach skali pozwala, niezależnie od konkretnej postaci (jednorodnej) funkcji produkcji, sprowadzić analizę efektywności produkcji do rozwiązania ciągu zadań programowania liniowego. Zadania te mają tą samą postać niezależnie od konkretnej postaci (jednorodnej) funkcji produkcji.

2.2. Analiza pozycji wyróżnionego sektora

Sformułujemy obecnie kilka uwag odnoszących się do analizy pozycji zajmowanej w gospodarce przez jej określoną część, roboczo zwaną dalej sektorem. Sektor taki, może być w zasadzie dowolnie zdefiniowany – przykładowo może obejmować sferę przewozów towarowych albo pasażerskich, czy też wydzielone, pomniejsze ich segmenty.

Klasyczna analiza efektywności sektora wymaga, o czym już pisaliśmy, zestawienia i porównań efektów (produkcji) i towarzyszących im nakładów. W wielu jednak przypadkach mogą pojawić się problemy z odpowiednio dokładnym oszacowaniem tych kategorii, natomiast łatwiejszym zadaniem – w szczególności obarczonym mniejszymi błędami i kosztami pozyskiwania danych – może być porównanie produkcji gospodarki i jej analizowanego sektora, o ile istnieje dostatecznie dokładna zależność pomiędzy nimi. Przyjmijmy, że taka zależność istnieje, a więc produkcja badanego sektora jest funkcją produkcji globalnej całej gospodarki. Udział produkcji sektora w produkcji ogółem definiuje jego pozycję w całym układzie gospodarczym. Postulowana pozycja powinna być w niektórych przypadkach możliwie najbardziej znacząca (największa), w innych zaś przeciwnie – minimalna.

Proponowany sposób analizy pozycji wydzielonego sektora wykorzystuje pewne elementy metody DEA. W przeciwieństwie do niej, ma jednak charakter parametryczny z uwagi na postulowaną funkcyjną zależność produkcji sektorowej oraz produkcji globalnej.

Załóżymy, że w każdej analizowanej gospodarce ($i \in I$) produkcja, T_i, wyróżnionego sektora zależy jedynie od wielkości produkcji globalnej (y_i) tej gospodarki:

$$T_i = T_i(y_i) + \varepsilon_i, \tag{12}$$

gdzie składnik ε_i jest zmienną losową o rozkładzie prawdopodobieństwa niezależnym od y_i i zerowej wartości oczekiwanej[3].

Jeśli, jak w metodzie DEA, przyjąć możliwość swobodnego transferu czynników produkcji, to przy wielkości nakładów równej $\sum_{i\in I}\lambda_i x_i$, udział produkcji transportowej w produkcji globalnej, $\sum_{i\in I}\lambda_i y_i$, wynosi

$$\sum_{i\in I} T_i(\lambda_i y_i) \Big/ \sum_{i\in I}\lambda_i y_i. \tag{13}$$

W przypadku, gdy udział ten powinien być możliwie największy, dla układu gospodarczego o wektorze nakładów/wyników $(\bar{x}, \bar{y})$ odpowiednikiem zadania (2-4) jest następujący nieliniowy problem programowania matematycznego:

$$\theta \to \max, \tag{14}$$

pw.:

$$\sum_{i\in I}\lambda_i x_i \le \bar{x}, \tag{15}$$

$$\sum_{i\in I}\lambda_i y_i \ge \bar{y}, \tag{16}$$

$$\sum_{i\in I} T_i(\lambda_i y_i) \ge \theta \sum_{i\in I}\lambda_i y_i, \tag{17}$$

$$\theta \ge 0, \lambda_i \ge 0, i \in I. \tag{18}$$

Najlepsza pozycja badanego sektora jest określona przez maksymalną wartość funkcji celu (14), natomiast granica najlepszych osiągalnych pozycji badanego sektora jest zdefiniowana jako zbiór wyznaczony przez maksymalne wielkości produkcji sektorowej:

$$\left\{\left(\bar{y}, \max_{\bar{x}} \sum_{i\in I} T_i(\lambda_i^*(\bar{x},\bar{y}) y_i\right) : \bar{y} \ge 0\right\}, \tag{19}$$

[3] Oszacowania zależności (12) dla różnych krajów sugerują, że T_i nie jest funkcją jednorodną (por. [3]). Dokładniej, λ-krotny wzrost wartości produkcji globalnej skutkuje zwykle wolniejszym niż liniowy wzrostem wielkości przewozów towarowych.

gdzie $\lambda_i^*(\bar{x},\bar{y})$ są optymalnymi wartościami zmiennych decyzyjnych ($\lambda_i, i \in I$) w zadaniu (14-18), natomiast maksimum w wyrażeniu (19) obliczane jest po zbiorze tych wszystkich wartości $\bar{x}$ dla których zadanie (14-18) jest niesprzeczne.

Jeśli udział produkcji sektora w produkcie ogółem powinien być możliwie najmniejszy, odpowiednikiem (14-18) jest zadanie, w którym kryterium optymalności oraz zwrot nierówności w warunku (17) są przeciwne. W określeniu granicy efektywności zamiast "$\max_{\bar{x}}$" obliczane jest stosowne minimum.

3. Uwagi końcowe

Oszacowania granicy (19) mogą zostać wykorzystane w badaniach porównawczych, mianowicie w tych, w których przedmiotem rozważań jest relacja całej gospodarki i jej wyróżnionego sektora. Rozwiązanie szeregu zadań (14-18) pozwala – tym dokładniej, im większy jest zbiór analizowanych układów – oszacować pozycje wyróżnionego sektora w badanych gospodarkach, przy okazji tworząc stosowny ich ranking. Tego typu obliczenia mogą więc pośrednio, zwłaszcza w przypadku niepełnych ”twardych” danych o wielkości nakładów i wyników, posłużyć do sformułowania wstępnych wniosków na temat efektywności sektora. Badania takie, powtarzane w różnych okresach, pozwalają na prześledzenie zmian pozycji badanego sektora i określenie w jakim stopniu wynikają one ze zwiększenia efektywności jego lub całej gospodarki, w jakim zaś zmiany te wynikają ze zwykłej akumulacji czynników produkcji.

Podkreślmy, iż proponowana procedura może zostać zastosowana do badań w zasadzie dowolnego sektora gospodarki niezależnie od jego wielkości i natury; jedynym ograniczeniem jest dobrze umotywowana (np. przy zastosowaniu narzędzi ekonometrycznych) zależność wyników tego sektora od produktu globalnego. Postać funkcyjna tej zależności może także uwzględniać łączne nakłady czynników produkcji – stosowna modyfikacja procedury jest natychmiastowa.

LITERATURA:

[1] A. Basso and S. Funari. A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance. *European Journal of Operational Research*, 135:477–492, 2001.

[2] A. Charnes, W.W. Cooper, and E. Rhodes. Measuring the efficiency of decision making units. *European Journal of Operational Research*, 3:429–444., 1978.

[3] S. Dorosiewicz. *Koniunktura w transporcie. Metodyka badań, wyniki, modele*. Instytut Transportu Samochodowego, 2013.

[4] D. Galagedera and P. Silvapulle. An Australian mutual fund performance appraisal using data envelopment analysis. *Managerial Finance*, 9:60–73, 2002.

[5] G. Kozuń-Cieślak. Wykorzystanie metody DEA do oceny efektywności w usługach sektora publicznego. *Wiadomości Statystyczne*, 3, 2011.

[6] B. Murthi, Y. Choi, and P. Desai. Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A non-parametric approach. *European Journal of Operational Research*, 98:408–418, 1997.

[7] A Prędki. Analiza efektywności za pomocą metody DEA: podstawy formalne i ilustracja ekonomiczna. *Przegląd Statystyczny*, 1:87–100, 2003.

[8] Y.B. Yun, H. Nakayama, and T. Tanino. A generalized model for data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, 157:87–105, 2004.

[9] A. Zamojska. Zastosowanie metody DEA w ocenie efektywności zarządzania portfelem funduszu. *Taksonomia*, 13:112–120, 2006.